

intersechino in alcun punto *reale* della superficie, e quindi, se si restringe la denominazione di circonferenze geodetiche alle curve descritte dall'estremità di un arco geodetico invariabile che gira intorno ad un punto *reale* della superficie, bisogna necessariamente ammettere che non sempre si può far passare una circonferenza geodetica per tre punti della superficie *scelti in modo qualunque*. Anche questo, *mutatis mutandis*, è d'accordo coi principii di LOBATSCHEWSKY (1. e., n° 29).

Nondimeno, poiché le geodetiche della superficie sono sempre rappresentate dalle corde del cerchio limite, se più corde sono tali che prolungate si incontrino in uno stesso punto esterno al cerchio, è lecito risguardare le geodetiche corrispondenti come aventi in comune un punto *ideale*, e le loro traiettorie ortogonali come alcunché di analogo alle circonferenze geodetiche propriamente dette.

Cerchiamo direttamente l'equazione di queste traiettorie.

L'equazione

$$v - v_0 = k(u - u_0)$$

rappresenta il sistema delle geodetiche uscenti dal punto  $(u_0, v_0)$ , reale od ideale secondo che  $u^2 - v^2$  è minore o maggiore di  $a^2$ . L'equazione differenziale dello stesso sistema è

$$du = dv$$

epperò quella del sistema ortogonale è

$$[E(u - u_0) - F(v - v_0)]du - [F(u - u_0) - G(v - v_0)]dv$$

= 0, cioè, pei valori attuali di F, F, G,

$$\frac{u u_n - v v_n}{a^2 - u^2 - v^2}$$

Quindi

$$d3) \quad \frac{u u_n - v v_n}{a^2 - u^2 - v^2}$$

è l'equazione finita delle circonferenze geodetiche concepite nel senso più generale, cioè qualunque ne sia il centro  $(w_0, t_0)$ , reale od ideale.

Quando questo centro è reale, la sua distanza dalla curva è costante, in virtù di un teorema notissimo ; ed infatti, denominando p questa distanza, si ha, dal confronto coli'equazione (i i),

$$\cos \frac{p}{R} = \frac{C}{\sqrt{1 - \frac{C^2}{R^2}}}$$

In questo caso è chiaro che fra i valori ammissibili per la costante C non è compreso